

Урок геометрии в 7 классе «Рассуждение и доказательство от противного»

Место урока: пятый урок в теме « Параллельные прямые»

Тип урока: урок усвоения нового материала.

Цель урока: сформировать у обучающихся знание о методе рассуждения и доказательства от противного и умение применять ориентировочную основу действия (ООД)

«доказательство от противного» в различных областях деятельности. Осуществлять **косвенное доказательство** (доказательство «от противоречащего», т.е. устанавливать истинность тезиса посредством доказательства ложности противоречащей ему мысли (антитезиса).

План урока.

I. Организационный момент.

II. Актуализация знаний (подготовка обучающихся к активному сознательному усвоению).

Разбор понятий, составляющих тему (фронтальное повторение)

Рассуждение – ряд мыслей, суждений, умозаключений на определённую тему, изложенных в логически последовательной форме. Цель рассуждения – получение нового знания о предмете или явлении.

Суждение – мысль, умозаключение, выражаемое повествовательным предложением и являющееся истинным или ложным.

Доказательство – рассуждение, устанавливающее истинность какого – либо утверждения путём приведения других утверждений, истинность которых уже доказана. Цель доказательства – установить истинность какого – либо утверждения.

«От противного» - от противоположного; от высказывания, противоположного по смыслу данному; от отрицания высказывания.

Итак, наша цель?

Научиться рассуждать и доказывать утверждения способом «от противного».

2. Разминка.

Задание: Составьте отрицание высказывания (ответы вписать в карточки)

ООД: используем частицу «не», глагол « не является», выражение «неверно, что ...

1. Предмет геометрию начинают изучать в 7 классе.
2. Сегодня воскресенье.
3. Число a – чётное.
4. Число 135 делится на 2.
5. Число 25 – нечётное.
6. Число 48 – нечётное.
7. Число a меньше 10.
8. Число 5 меньше 10.
9. Треугольник ABC – равнобедренный.
10. Этот угол является прямым.
11. График прямой пропорциональности проходит через начало координат.

(Обсуждение результатов фронтально (слайд)

В каких случаях можно определить, истинно или ложно высказывание – отрицание?)

III. Этап усвоения новых знаний.

1. Постановка проблемы (беседа). (Предлагаются ситуации)

Первая: «Был сильный ураган: ветер ломал деревья, срывал крыши; на море поднимались сильные волны».

Вопрос: Что утверждается в этом предложении? Как автор доказывает своё утверждение? Вывод: признаки урагана подтверждают истинность высказывания.

Вторая: «Этот предмет не является магнитом. Если бы это был магнит, он бы притягивал к себе металлические предметы, а он не притягивает»

Вопрос: Что утверждается в этом предложении? Как автор доказывает своё утверждение?

Вывод: Автор не имеет фактов, прямо указывающих, что предмет не является магнитом. Он доказывает это не прямо. А предполагает противоположное: предмет – магнит. Рассуждая, он приходит к противоречию между наблюдением и свойством магнита. Это противоречие опровергает его предположение. А поскольку отрицание факта неверно, то верен сам факт: предмет – не магнит.

(Практическая работа с предметами: магнит и др. предметами).

Итак. **Проблема:** Бывают ситуации, в которых для установления истинности (для доказательства) нет прямых фактов.

1. Решение проблемы: рассуждение (доказательство) от противного.

Примеры:

1). Докажите, что в треугольнике может быть не более одного прямого угла. (Если бы в треугольнике было хотя бы два прямых угла, то стороны, образующие эти углы с третьей стороной, были бы ей перпендикулярны. Но тогда по теореме о двух прямых, перпендикулярных третьей, эти прямые были бы параллельны, т.е. не пересекались бы и не образовывали треугольник. Это противоречит условию: дан треугольник.

Структурируем доказательство:

Доказать, что в треугольнике не может быть более одного прямого угла.

1. Предположим противное: в треугольнике более одного прямого угла, например, два.
2. Тогда... Приходим к противоречию...
3. Следовательно, наше предположение не верно, а верно, что...
4. **Фронтально, устно** (создание плана действий при рассуждении (доказательстве) от противного).

План доказательства от противного (ООД «доказательство от противного»):

1. Предположить противное тому, что надо доказать.
2. Провести рассуждение, основанное на известных фактах. Привести рассуждение к противоречию с другим известным фактом.
3. Сделать вывод: предположение не верно, а верно то, что надо было доказать. (слайд);

(учащимся раздаются памятки с ООД «доказательство от противного»).

IV. Этап закрепления новых знаний и умений.

1). (работа в парах, парам раздаются задания на карточках)

1. Докажите, что вы родились не в XX веке.
2. Докажите, что число 346 не делится на 3.
3. Докажите, что число 346 не делится на 5.
4. Докажите, что число 346 не делится на 9.
5. Докажите, что число 341 не делится на 2.
6. Докажите, что вычисление выполнено неверно: $536154523 * 2598563 = 54276589321$
7. Докажите единственность перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.

2). Применение ООД «доказательство от противного» для доказательства следствий из аксиомы параллельных прямых (фронтально)

Аксиома: Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной. (вспомнили, проговорили в парах)

Следствие 1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую. (ООД «доказательство от противного») (фронтально, оформление в тетради)

Предлагается начало (условие), по которому учащиеся выполняют чертёж и предлагают гипотезу – заключение. (Есть ли у нас прямые факты для доказательства.

Можем ли мы сказать: Да, прямая пересечёт вторую прямую, потому что...? Нет таких фактов. Тогда пробуем доказать от противного...

Следствие 2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны. (ООД «доказательство от противного»)

V. Этап подведения итогов, д. з

1. Что нового узнали сегодня?
2. Когда применяют доказательство (рассуждение) от противного?
3. В чем суть способа?
4. План доказательства?
5. Новые геометрические факты?

Д/здание

Урок геометрии в 7 классе «Рассуждение и доказательство от противного»

№2

План урока.

1. Организационный момент.
2. Актуализация знаний (подготовка обучающихся к активному сознательному усвоению).
- III. Этап усвоения новых знаний.
- IV. Этап закрепления новых знаний и умений.
- V. Этап подведения итогов, д/з.

№3

Рассуждение – ряд мыслей, суждений, умозаключений на определённую тему, изложенных в логически последовательной форме. Цель рассуждения – получение нового знания о предмете или явлении.

Суждение – мысль, умозаключение, выражаемое повествовательным предложением и являющееся истинным или ложным.

Доказательство – рассуждение, устанавливающее истинность какого – либо утверждения путём приведения других утверждений, истинность которых уже доказана. Цель доказательства – установить истинность какого – либо утверждения.

«От противного» - от противоположного; от высказывания, противоположного по смыслу данному; от отрицания высказывания.

№ 4

1. Предмет геометрию начинают изучать в 7 классе.
2. Сегодня воскресенье.
3. Число a – чётное.
4. Число 135 делится на 2.
5. Число 25 – нечётное.
6. Число 48 – нечётное.
7. Число a меньше 10.
8. Число 5 меньше 10.
9. Треугольник ABC – равнобедренный.
10. График прямой пропорциональности проходит через начало координат.
11. Прямая a параллельна прямой b .
12. Прямая a пересекает прямую b .
13. Прямая a пересекает прямую b и прямую c .
14. Прямая a параллельна прямой b и прямой c .
15. Прямая a пересекает прямую b или прямую c (вариант : Прямая a пересекает одну из прямых b или c).
16. Прямая a параллельна прямой b или прямой c (вариант : Прямая a параллельна одной из прямых b или c).

№ 5

«Этот предмет не является магнитом. Если бы это был магнит, он бы притягивал к себе металлические предметы, а он не притягивает»

Вопрос: Что утверждается в этом предложении? Как автор доказывает своё утверждение?

№ 6

План доказательства от противного (ООД «доказательство от противного»):

1. Предположить противоположное тому, что надо доказать.
2. Провести рассуждение, основанное на известных фактах и прийти к противоречию с другим известным фактом.
3. Сделать вывод: предположение не верно, а верно то, что надо было доказать.

№ 7

1. Докажите, что вы родились не в XX веке.
2. Докажите, что число 346 не делится на 3.
3. Докажите, что число 346 не делится на 5.
4. Докажите, что число 346 не делится на 9.
5. Докажите, что число 341 не делится на 2.
6. Докажите, что вычисление выполнено неверно: $536154523 * 2598563 = 54276589321$
7. Докажите единственность перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.

№ 8

Аксиома: Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной. (вспомнили, проговорили в парах)

№ 9

Следствие 1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

(рис)

№ 10

Следствие 2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

(рис)

Рассмотрим систематизацию приемов технологии по формированию определенных универсальных учебных действий (умений).

Познавательные УУД	Приемы ТРКМ
Логические универсальные действия	Кластер Верные - неверные утверждения Синквейн Эссе

	Зигзаг
Общеучебные	Инсерт Чтение с остановками
Постановка и решение проблемы	Знали – Хотим узнать – Узнали Толстые и тонкие вопросы
Знаково-символические	Кластер

Приёмы ТКМ, применяемые на уроках математики

Стадия ТКМ	Приёмы ТКМ	Универсальные учебные действия
Вызов	Парная (групповая) мозговая атака Работа с ключевыми терминами Перевёрнутые логические цепочки Кластер Знаю – хочу узнать - узнал «Верите ли вы?» «Да – нет»	<i>Познавательные:</i> - общеучебные: самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; поиск и выделение необходимой информации; структурирование знаний; постановка и формулирование проблемы; - знаково – символические: моделирование, преобразование модели; - логические; <i>Регулятивные:</i> целеполагание; планирование; саморегуляция <i>Коммуникативные:</i> планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками
Стадия осмысления	I.N.S.E.R.T.(система маркировки текста) Взаимоопрос Взаимообучение Двойные (тройные) дневники Зигзаг	<i>Познавательные:</i> - общеучебные: самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; поиск и выделение

	<p>Кластер Концептуальное колесо (Кластер, имеющий лишь одну центральную гроздь) Толстые и тонкие вопросы «Да – нет»</p>	<p>необходимой информации; структурирование знаний; осознанное и произвольное построение речевого высказывания; смысловое чтение; постановка и формулирование проблемы; - знаково – символические: моделирование, преобразование модели - логические: анализ объектов с целью выделения признаков, синтез (составление целого из частей); установление причинно-следственных связей; выдвижение гипотез и их обоснование; постановка и решение проблемы <i>Регулятивные:</i> целеполагание- постановка учебной задачи на основе того, что уже известно и усвоено учащимися, и того, что ещё неизвестно; планирование - составление плана и последовательности действий; коррекция - внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и результата; оценка - выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что ещё нужно усвоить, осознание качества и уровня усвоения; саморегуляция - способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию, к преодолению препятствий <i>Личностные:</i> формирование уважительного отношения к иному мнению; развитие самостоятельности, доброжелательности, отзывчивости; оценивание усваиваемого содержания <i>Коммуникативные:</i> планирование учебного</p>
--	---	--

		<p>сотрудничества с учителем и сверстниками (определение цели, функций участников, способов взаимодействия; постановка вопросов (инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации; разрешение конфликтов, управление поведением партнёра; умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами</p>
Рефлексия	<p>Возврат к стадии вызова (обсудить, что совпало). Возврат к ключевым словам Возврат к перевёрнутым логическим цепочкам. Возврат к кластерам (их заполнение). Возврат к ЗХУ Кластер Синквейн Кубик. Грани -Дай описание -Сравни с чем –нибудь -Проассоциируй (на что похоже) -Проанализируй (из чего состоит) -Примени это -Приведи примеры Возврат к «Верите ли вы?» «Да – нет»</p>	

Далее учащиеся получают доказательства следствий, разделенное на этапы – каждый этап на отдельной

карточке. Задача учащихся – собрать доказательство в логическую последовательность, используя схему.

Формулировка:	Следствие 1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую прямую.
Дано:	$a \parallel b$ $c \cap a = M$
Доказать:	$c \cap b$
Доказательство:	
1) Выясняем, что нужно доказать:	Прямая c пересекает прямую b
2) Предполагаем противоположное:	Прямая c не пересекает прямую b
3) Рассуждаем:	Прямая c параллельна прямой b . Прямая a и прямая b параллельны по условию. Через точку M проходят две прямые a и c , параллельные прямой b .
4) Приходим к противоречию:	По аксиоме параллельных прямых через точку M может проходить только одна прямая, параллельная прямой b .
5) Отрицаем предположение как неверное:	Предположение, что c не пересекает b – неверно.
6) По закону исключенного третьего:	Значит c пересекает b .

Формулировка:	Следствие 2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны друг другу.
Дано:	$a \parallel c$ $b \parallel c$
Доказать:	$a \parallel b$
Доказательство:	
1) Выясняем, что нужно доказать:	Прямая a параллельная прямой b .
2) Предполагаем противоположное:	Прямая a не параллельная прямой b .
3) Рассуждаем:	Прямая a пересекает прямую b в точке M . Прямая a и прямая c параллельны по условию. Прямая b и прямая c параллельны по условию. Через точку M проходят две прямые a и b , параллельные прямой c .

4) Приходим к противоречию:	По аксиоме параллельных прямых через точку М может проходить только одна прямая, параллельная прямой с.
5) Отрицаем предположение как неверное:	Предположение, что а не параллельная прямой b – неверно.
6) По закону исключенного третьего:	Значит а параллельна b.

Ситуации для обсуждения (работа в парах), фронтальная беседа

Первая: «Был сильный ураган: ветер ломал деревья, срывал крыши; на море поднимались сильные волны».

Вопрос: Что утверждается в этом предложении? Как автор доказывает своё утверждение? Вывод: признаки урагана подтверждают истинность высказывания.

Вторая: «Этот предмет не является магнитом. Если бы это был магнит, он бы притягивал к себе металлические предметы, а он не притягивает»

Вопрос: Что утверждается в этом предложении? Как автор доказывает своё утверждение?

Вывод: Автор не имеет фактов, прямо указывающих, что предмет не является магнитом. Он доказывает это не прямо. А предполагает противоположное: предмет – магнит. Рассуждая, он приходит к противоречию между наблюдением и свойством магнита. Это противоречие опровергает его предположение. А поскольку отрицание факта неверно, то верен сам факт: предмет – не магнит.

(Практическая работа с предметами: магнит и др. предметами).

Итак. **Проблема:** Бывают ситуации, в которых для установления истинности (для доказательства) нет прямых фактов.